

Задача 5.59.7

В днище резервуара с водой имеется круглое спускное отверстие, закрытое плоским клапаном. Определить, при каком диаметре D цилиндрического поплавка клапан автоматически откроется при достижении высоты уровня жидкости в резервуаре равной H ? Длина цепочки, связывающей поплавок с клапаном, равна l , вес подвижных частей устройства G , давление на свободной поверхности жидкости измеряется мановакуумметром, его показание равно p_m , температура воды $t^\circ\text{C}$.

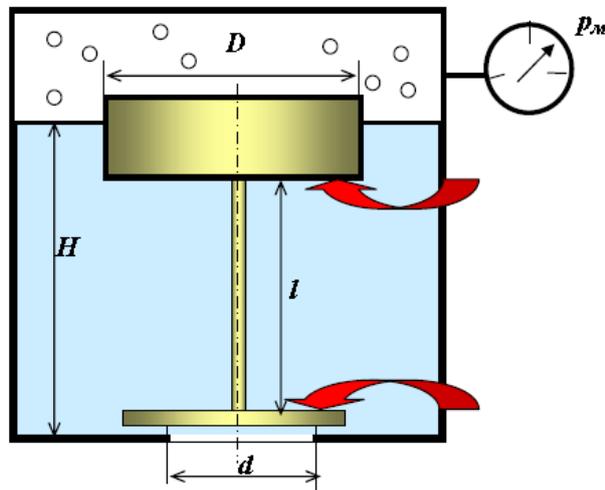


Рисунок к задачам 27, 28 и 29

Таблица исходных данных

Вариант	l , м	d , м	G , Н	p_m , кПа	H , м	Температура, $^\circ\text{C}$
7	1,2	0,2	30	20	2,1	10

Решение

Условие равновесия клапана (рисунок 1):

$$\sum F_i = F_{арх} - G - F_z - F_{жс} + F_{атм} = 0 \quad (1)$$

где $F_{арх}$ - сила Архимеда, то есть выталкивающая сила давления воды на погруженное в нее тело (цилиндрический поплавок), H ;

G - вес подвижных частей устройства, H ;

F_z - сила абсолютного давления газа, H ;

$F_{жс}$ - сила давления воды на клапан, H ;

$F_{атм}$ - сила атмосферного давления, H .

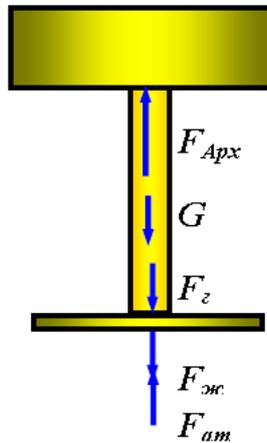


Рисунок 1 – Схема действующих сил.

Сила Архимеда:

$$F_{арх} = \rho \cdot g \cdot (H - l) \cdot S_1, H \quad (2)$$

где ρ - плотность воды при температуре 10 °С, $\frac{кг}{м^3}$;

g - ускорение свободного падения (справочная величина), $\frac{м}{с^2}$;

S_1 - площадь цилиндрического поплавка, $м^2$;

$$S_1 = \frac{\pi \cdot D^2}{4}, м^2 \quad (3)$$

Подставляя выражение (3) в выражение (2), получаем

$$F_{арх} = \rho \cdot g \cdot (H - l) \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4}, H \quad (4)$$

Сила абсолютного давления газа:

$$F_2 = (p_{атм} + p_m) \cdot S_2, H \quad (5)$$

где $p_{атм}$ - атмосферное давление, Па ;

S_2 - площадь клапана, м² ;

$$S_2 = \frac{\pi \cdot d^2}{4}, м^2 \quad (6)$$

Подставляя выражение (6) в выражение (5), получаем

$$F_2 = (p_{атм} + p_m) \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}, H \quad (7)$$

Сила давления воды на клапан:

$$F_{жс} = \rho \cdot g \cdot H \cdot S_2 = \rho \cdot g \cdot H \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}, H \quad (8)$$

Сила атмосферного давления:

$$F_{ат} = p_{атм} \cdot S_2 = p_{атм} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4}, H \quad (9)$$

Подставляя выражения (4), (7), (8) и (9) в выражение (1), получаем:

$$\begin{aligned} & \rho \cdot g \cdot (H - l) \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} - G - (p_{атм} + p_m) \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} - \\ & - \rho \cdot g \cdot H \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} + p_{атм} \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

откуда находим диаметр цилиндрического поплавка

$$D = \sqrt{\frac{\left[G + (p_m + \rho \cdot g \cdot H) \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \right] \cdot 4}{\pi \cdot \rho \cdot g \cdot (H - l)}}, м \quad (11)$$

Плотность воды при $t = 10^\circ C$:

$$\rho = \frac{\rho_{20}}{(1 + \alpha \cdot \Delta t)}, \text{ кг/м}^3 \quad (12)$$

где ρ_{20} - плотность воды при $t = 20^\circ C$ (справочная величина), кг/м^3 ;

α - коэффициент температурного расширения воды (справочная величина), $1/K$;

Δt - разность температур, $^\circ C$;

$$\rho_6 = \frac{998}{(1 + 0,0003 \cdot (10 - 20))} = 1001 \text{ кг/м}^3$$

тогда по формуле (11)

$$D = \sqrt{\frac{30 + (20 \cdot 10^3 + 1001 \cdot 9,81 \cdot 2,1) \cdot \frac{3,14 \cdot 0,20^2}{4}}{3,14 \cdot 1001 \cdot 9,81 \cdot (2,1 - 1,2)}} \cdot 4 = 0,434 \text{ м} = 434 \text{ мм}$$

Ответ: $D = 434 \text{ мм}$.